Yannick Delbecque — Département de mathématiques, Cégep St-Laurent
Calcul intégral — 201-NYB — Hiver 2020

Formatif 4

Question 4 (Oui !)
(Modification : seulement identifier les séries géométriques et trouver leur valeur si elles convergent) Déterminer si les séries suivantes sont convergentes ou divergentes. Si la série est géométrique, donner la somme de la série.

Question 5 (b) seulement)
Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(x - \sqrt{2}\right)^n}{\left(\sqrt{2}\right)^n}.$$

Déterminer l'ensemble des valeurs de x où f est définie.

Déterminer l'intervalle de convergence avec le critère généralisé de d'Alembert (ou de Cauchy, cela fonctionne avec les deux !) On montre de cette manière que la série converge sur l'intervalle $]0, 2\sqrt{2}[$

Il faut montrer que la série diverge pour $x = 0$ et $x = 2\sqrt{2}$. Quand $x = 0$, la série devient $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n$ et est donc divergente. Quand $x = \sqrt{2}$, la série est $\sum_{n=0}^{\infty} 1$ qui diverge elle aussi.

Calculer $f'\left(\sqrt{2}\right)$.

Question 6 (35 points)

Déterminer la série de Taylor pour $\ln(x)$ en $a = 1$.

$\ln(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots$

Déterminer l'intervalle de convergence de la série trouvée à la question précédente.

La série converge donc sur l'intervalle $]0, 2]$

Soit $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$ la série calculée en a). Est-ce que l'égalité

$$\ln(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$$

est vraie pour tout $x > 0$?

Trouver les séries de Taylor pour $1/x$ et $1/x^2$ centrées en 1 à partir des résultats précédents.

$$1/(x^2) = -(1/x)' = -1 + 2(x-1) - 3(x-1)^2 + \dots$$

Solutions