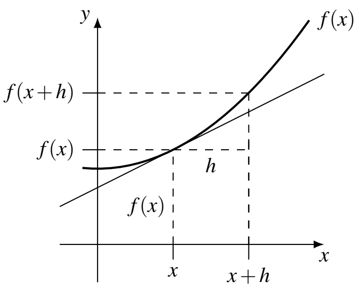
# Formulaire de dérivation

## Définition




Définition de la dérivée

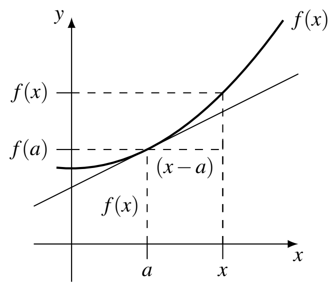
$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Équation de la droite tangente en $(x, f(x))$ ($y$ fonction de $h$)

$$y = f(x) + f'(x)h$$

Approximation de $f(x+h)$

$$f(x+h) \approx f(x) + f'(x)h$$




Définition de la dérivée

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Équation de la droite tangente

$$y = f(a) + f'(a)(x-a)$$

Approximation par la droite tangente

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$$

## Notations

Différentes notations pour la dérivée de $y = f(x) = x^2$.

| Notations pour la dérivée première | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $y'$ | $\left(x^2\right)'$ | $\frac{dy}{dx}$ | $\frac{df(x)}{dx}$ | $\frac{dx^2}{dx}$ |
| $f'(a)$ | $y'\big\|_{x=a}$ | $\left(x^2\right)'\Big\|_{x=a}$ | $\frac{dy}{dx}\Big\|_{x=a}$ | $\frac{df(x)}{dx}\Big\|_{x=a}$ | $\frac{dx^2}{dx}\Big\|_{x=a}$ |

| Notations pour la dérivée seconde | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $y''$ | $\left(x^2\right)''$ | $\frac{d^2y}{dx^2}$ | $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$ | $\frac{d^2x^2}{dx^2}$ |
| $f''(a)$ | $y''\big\|_{x=a}$ | $\left(x^2\right)''\Big\|_{x=a}$ | $\frac{d^2y}{dx^2}\Big\|_{x=a}$ | $\frac{d^2f(x)}{dx^2}\Big\|_{x=a}$ | $\frac{d^2x^2}{dx^2}\Big\|_{x=a}$ |

## Propriétés de la dérivée

### Linéarité

$$\left(Cf(x)\right)' = Cf'(x),\ C \in \mathbb{R}$$

$$\left(f(x) + g(x)\right)' = f'(x) + g'(x)$$

### Produits et quotients

$$\left(f(x)g(x)\right)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

### Règle de chaine

$$\left(f\left(g(x)\right)\right)' = f'\left(g(x)\right)g'(x)$$

### Fonctions algébriques

$$(A)' = 0,\ A \in \mathbb{R} \qquad \left(x^a\right)' = ax^{(a-1)},\ a \in \mathbb{R}$$

### Fonctions exponentielles et logarithmes

$$\left(\mathrm{e}^x\right)' = \mathrm{e}^x \qquad \left(\ln(x)\right)' = \frac{1}{x}$$

$$\left(b^x\right)' = b^x \ln(b) \qquad \left(\log_b(x)\right)' = \frac{1}{x\ln(b)}$$

### Fonctions trigonométriques

$$\left(\sin(x)\right)' = \cos(x) \qquad \left(\cos(x)\right)' = -\sin(x)$$

$$\left(\tan(x)\right)' = \sec^2(x) \qquad \left(\cot(x)\right)' = -\csc^2(x)$$

$$\left(\sec(x)\right)' = \sec(x)\tan(x) \qquad \left(\csc(x)\right)' = -\csc(x)\cot(x)$$

### Fonctions trigonométriques inverses

$$\left(\mathrm{asin}(x)\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \left(\mathrm{acos}(x)\right)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\left(\mathrm{atan}(x)\right)' = \frac{1}{x^2+1} \qquad \left(\mathrm{actg}(x)\right)' = \frac{-1}{x^2+1}$$

$$\left(\mathrm{asec}(x)\right)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} \qquad \left(\mathrm{acsc}(x)\right)' = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

### Dérivation logarithmique

Pour dériver une fonction de la forme $u^v$.

Truc 1 : utiliser l'identité $A = \mathrm{e}^{\ln(A)}$

$$\left(u^v\right)' = \left(\mathrm{e}^{\ln(u^v)}\right)' = \left(\mathrm{e}^{v\ln(u)}\right)'$$

Truc 2 : appliquer ln et dérivation implicite

$$y = u^v \iff \ln(y) = \ln(u^v) \iff \ln(y) = v\ln(u)$$

$$\left(\ln(y)\right)' = \left(v\ln(u)\right)' \Longrightarrow \frac{y'}{y} = \left(v\ln(u)\right)'$$