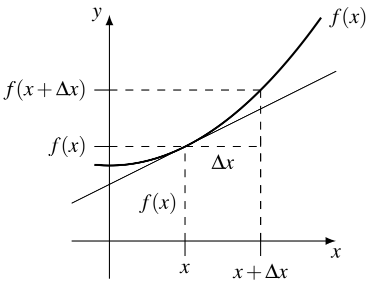
Formulaire de dérivation

Définition



Définition de la dérivée

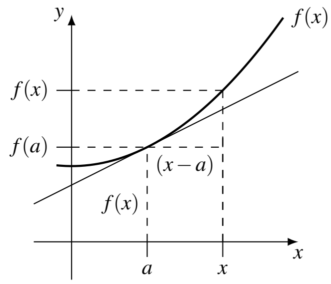
$$f(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Équation de la droite tangente en $(x, f(x))$

$$y = f(x) + f'(x)dx$$

Approximation de $f(a+\Delta x)$

$$f(a+\Delta) \approx f(a) + f'(a)\,dx$$



Définition de la dérivée

$$f'(a) = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Équation de la droite tangente

$$y = f(a) + f'(a)(x-a)$$

Approximation par la droite tangente

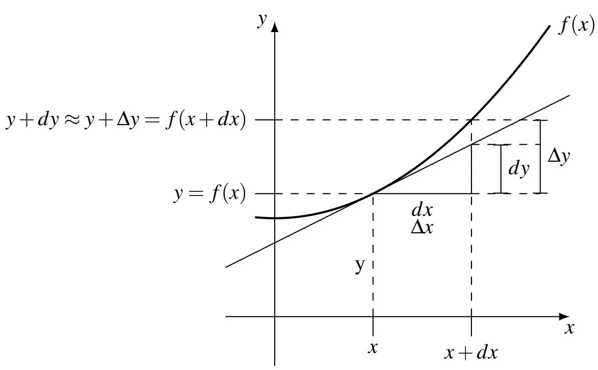
$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$$

Différentielles

Si $y = f(x)$ et dx très petit, alors la différentielle de y est

$$dy = f(x+dx) - f(x) = f'(x)\,dx.$$

Si $\Delta x = dx$ est très petit, on l'approximation $\Delta y \approx dy$.



Taux de variation instantané :

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{f(x+dx) - f(x)}{dx}$$

Propriétés de la dérivée

Linéarité

$$\Big(Cf(x)\Big)' = Cf'(x), C \in \mathbb{R}$$

$$\Big(f(x) + g(x)\Big)' = f'(x) + g'(x)$$

Produits et quotients

$$\Big(f(x)g(x)\Big)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\big(g(x)\big)^2}$$

Règle de chaine

$$\Big(f\big(g(x)\big)\Big)' = f'\big(g(x)\big)g'(x)$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Fonctions algébriques

$$(A)' = 0, A \in \mathbb{R} \qquad \Big(x^a\Big)' = ax^{(a-1)}, a \in \mathbb{R}$$

Fonctions exponentielles et logarithmes

$$\Big(\mathrm{e}^x\Big)' = \mathrm{e}^x \qquad \Big(\ln(x)\Big)' = \frac{1}{x}$$

$$\Big(b^x\Big)' = b^x \ln(b) \qquad \Big(\log_b(x)\Big)' = \frac{1}{x\ln(b)}$$

Fonctions trigonométriques

$$\Big(\sin(x)\Big)' = \cos(x) \qquad \Big(\cos(x)\Big)' = -\sin(x)$$

$$\Big(\tan(x)\Big)' = \sec^2(x) \qquad \Big(\cot(x)\Big)' = -\csc^2(x)$$

$$\Big(\sec(x)\Big)' = \sec(x)\tan(x) \qquad \Big(\csc(x)\Big)' = -\csc(x)\cot(x)$$

Fonctions trigonométriques inverses

$$\Big(\arcsin(x)\Big)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \Big(\arccos(x)\Big)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Big(\arctan(x)\Big)' = \frac{1}{x^2+1} \qquad \Big(\mathrm{arcctg}(x)\Big)' = \frac{-1}{x^2+1}$$

$$\Big(\mathrm{asec}(x)\Big)' = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} \qquad \Big(\mathrm{arccosec}(x)\Big)' = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivation logarithmique

Pour dériver une fonction de la forme u^v.

Truc 1 : utiliser l'identité $A = \mathrm{e}^{\ln(A)}$

$$\Big(u^v\Big)' = \Big(\mathrm{e}^{\ln(u^v)}\Big)' = \Big(\mathrm{e}^{v\ln(u)}\Big)'$$

Truc 2 : appliquer ln et dérivation implicite

$$y = u^v \iff \ln(y) = \ln(u^v) \iff \ln(y) = v\ln(u)$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \Big(v\ln(u)\Big)' \Longrightarrow \frac{y'}{y} = \Big(v\ln(u)\Big)'$$