

Exercices de révision pour sciences

Question 1

Effectuer les calculs suivants.

- | | | |
|--------------------|---------------|-------------|
| a) $3 \cdot 4 + 5$ | f) -3^2 | j) 5^3 |
| b) $2 \cdot 3^2$ | g) $247(123)$ | k) 12^2 |
| c) $1 + 2/3$ | h) $431/123$ | l) 2^{10} |
| d) $3/2 + 1$ | (avec reste) | m) 10^5 |
| e) $\sqrt{132^2}$ | i) 7^2 | n) $(-2)^9$ |

Question 2

Évaluer et simplifier.

- | | | |
|----------------------------------|--|--|
| a) $\frac{64}{128}$ | o) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ | bb) $\sin(\arcsin(1/2))$ |
| b) $\frac{64}{128}$ | p) $\frac{5}{6} + \frac{7}{8}$ | cc) $\arccos(\cos(\pi/7))$ |
| c) $\frac{81}{3}$ | q) $\sqrt[3]{4^3 \sqrt[3]{12} \sqrt[3]{9}}$ | dd) $\arcsin(\sin(7\pi/5))$ |
| d) $\frac{256}{5(16)}$ | r) $\sqrt{(-16)^2}$ | ee) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ |
| e) $\frac{21}{49}$ | s) $27^{(2/3)}$ | ff) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ |
| f) $5(39) - 12(13)$ | t) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ | gg) $\arctan(-1)$ |
| g) $\frac{2^4 3^2 5^3}{100}$ | u) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ | hh) $\arctan(\sqrt{3})$ |
| h) $\frac{2^4 + 2^3}{64}$ | v) $\frac{(3^{-3})^4 \times 3^{-2} \times 2^7}{3^{-4} \times 2^{-10}}$ | ii) e^0 |
| i) $\sqrt{3^2(11)}$ | w) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ | jj) $\log_2(\sqrt{2^5})$ |
| j) $\sqrt{48}$ | x) $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ | kk) $\ln(1)$ |
| k) $\frac{2}{7} + \frac{3}{5}$ | y) $\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ | ll) $\ln(e^3)$ |
| l) $\frac{3}{40} - \frac{5}{24}$ | z) $\sec\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ | mm) $\ln(\sqrt{e})$ |
| m) $\sqrt[3]{27}$ | aa) $\operatorname{cosec}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ | nn) $\log_2\left((2^{11})^9\right)$ |
| n) $\sqrt[3]{125}$ | | oo) $\log_2\left(\frac{5}{2}\right) - \log_2\left(\frac{10}{2}\right)$ |

Question 3

Évaluer les limites suivantes.

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x}$ | d) $\lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} \tan(x)$ | g) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\ln(x)}$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x)$ | e) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\ln(x)}$ | h) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1}$ |
| c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos(x)$ | f) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\ln(x)}$ | i) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x^2 - 2x - 3}$ |

Question 4

Résoudre les équations suivantes.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) $\frac{1+x}{1-x^2} = \frac{1}{2}$ | c) $\log_3\left(\frac{x}{1-x}\right) = 1$ |
| b) $(x-1)^{2/3} = 8$ | d) $2^{\frac{1}{\sqrt{x+3}}} = 2$ |

Question 5

Soit $f(x) = x^2$ et $g(x) = x - 1$. Évaluer les expressions suivantes.

- | | | |
|--------------|-------------|------------------|
| a) $g(f(x))$ | c) $f(x+2)$ | e) $g(x+h)$ |
| b) $f(f(x))$ | d) $g(y)$ | f) $f(x+f(x)+y)$ |

Question 6

Décomposer en facteurs premiers.

- | | | |
|-----------------------------------|----------------|---------------------|
| a) $x^2 - 9$ | c) $5 - 3x^2$ | f) $x^4 + x^2$ |
| b) $\frac{1}{16} - \frac{x^2}{9}$ | d) $x^4 - 4$ | g) $x^2 - 5x + 6$ |
| | e) $x^4 - x^2$ | h) $x^4 - 5x^2 + 6$ |

Question 7

Développer à l'aide du triangle de Pascal.

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| a) $(x+1)^3$ | c) $(x-1)^4$ | e) $(x+2)^3$ |
| b) $(x-1)^3$ | d) $(x+2)^2$ | f) $(2-x)^3$ |

Question 8

Mettre en évidence le facteur donné dans l'expression donnée.

- | | |
|---------------------------------------|--|
| a) 2 dans $x - 2$ | e) \sqrt{x} dans $x^{5/2} + x^{3/2}$ |
| b) x dans $x^2 - x - 1$ | f) $\sqrt[3]{x}$ dans $x + 1/\sqrt{x}$ |
| c) \sqrt{x} dans $x + 1$ | g) 2 dans $\sqrt{x^2 + 4}$ |
| d) \sqrt{x} dans $x^2 + 1/\sqrt{x}$ | h) $\sqrt{5}$ dans $\sqrt{2x^2 + 5}$ |

Question 9

Déterminer les zéros du polynôme $P(x) = -3x^2 + 2x + 1$ et donner sa décomposition en facteurs premiers.

Question 10

Diviser $x^3 + x^2 + 4x + 2$ par $x^2 + 3$.

Question 11

Trouver les zéros du polynôme $P(x) = 2x^4 - 3x^3 - 15x^2 + 32x - 12$, sachant que 2 est un zéro, et donner la décomposition en facteurs premiers de $P(x)$.

Solutions

Question 1

- | | | |
|--------|---------------|----------|
| a) 17 | f) -9 | k) 144 |
| b) 18 | g) 30381 | l) 1024 |
| c) 5/3 | h) 3 reste 62 | m) 10000 |
| d) 5/2 | i) 49 | n) -512 |
| e) 132 | j) 125 | |

Question 2

- | | | |
|-------------------------|-------------------|---------------|
| a) 1/2 | n) 5 | bb) 1/2 |
| b) 1/2 | o) 30/41 | cc) $\pi/7$ |
| c) 27 | p) $6\sqrt[3]{2}$ | dd) $-2\pi/5$ |
| d) 16/5 | q) 16 | ee) $-\pi/4$ |
| e) 3/7 | r) 9 | ff) $2\pi/3$ |
| f) $(13)(15 - 12) = 39$ | s) 3/2 | gg) $-\pi/4$ |
| g) $2^2 3^2 (5) = 180$ | t) 9 | hh) $\pi/3$ |
| h) $3/2^3$ | u) 9 | ii) 1 |
| i) $3\sqrt{11}$ | v) 1 | jj) 5/2 |
| j) $4\sqrt{3}$ | w) $-\sqrt{3}/2$ | kk) 0 |
| k) 31/35 | x) 1 | ll) 3 |
| l) $-2/15$ | y) 2 | mm) 1/2 |
| m) 3 | z) $\sqrt{2}$ | nn) 99 |
| | aa) $1/\sqrt{3}$ | oo) -1 |

Question 3

- | | | |
|--------------|-------------|--------------|
| a) 0^+ | d) ∞ | g) ∞ |
| b) $-\infty$ | e) ∞ | h) $-\infty$ |
| c) $\#$ | f) ∞ | i) 0^+ |

Question 4

- a) -1
 b) $16\sqrt{2} + 1$
 c) 3/4
 d) -2

Question 5

- a) $x^2 - 1$
 b) x^4
 c) $(x+2)^2$
 d) $y - 1$
 e) $(x+h) - 1$
 f) $(x + (x-1) + y)^2$

Question 6

- a) $(x-3)(x+3)$
 b) $(\frac{1}{4} - \frac{x}{3})(\frac{1}{4} + \frac{x}{3})$
 c) $(\sqrt{5} - (\sqrt{3})x)(\sqrt{5} + (\sqrt{3})x)$
 d) $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x^2 + 2)$
 e) $(x^2 - x)(x^2 + x) = x^2(x-1)(x+1)$
 f) $x^2(x^2 + 1)$
 g) $(x-2)(x-3)$
 h) $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$

Question 7

- a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
 b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
 c) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$
 d) $x^2 + 4x + 4$
 e) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
 f) $2^3 - 12x + 6x^2 - x^3$

Question 8

- a) $2(x/2 - 1)$
 b) $x(x - 1 - 1/x)$
 c) $\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1/\sqrt{x})$
 d) $\sqrt{x}(\sqrt{x^3} + 1/x)$
 e) $\sqrt{x}(x^2 + x)$
 f) $\sqrt[3]{x}(x^{2/3} + 1/x^{5/6})$
 g) $2(\sqrt{(x/2)^2 + 1})$
 h) $\sqrt{5}(\sqrt{2(x/\sqrt{5})^2 + 1})$

Question 9 Avec la quadratique. Zéros : $x = -1/3$ et $x = 1$. Décomposition en facteurs premiers :

$$P(x) = -3(x + 1/3)(x - 1).$$

Question 10 $x^3 + x^2 + 4x + 2 = (x+1)(x^2 + 3) + (x-1)$.

Question 11 Comme 2 est un zéro, $x-2$ est un facteur de $P(x)$. En divisant, on trouve que

$$P(x) = (x-2)(2x^3 + x^2 - 13x + 6)$$

On cherche un zéro du facteur $2x^3 + x^2 - 13x + 6$: $P(2)$ est aussi un zéro. En divisant ce facteur par $x-2$, on trouve que

$$P(x) = (x-2)^2(2x^2 + 5x - 3).$$

Enfin, on trouve les deux zéros du facteur $2x^2 + 5x - 3$ à l'aide de la formule quadratique. Ces zéros sont $x = \frac{1}{2}$ et $x = 3$ On a donc que

$$2x^2 + 5x - 3 = 2(x - 1/2)(x - 3)$$

Ainsi, la décomposition en facteurs premiers de $P(x)$ est

$$P(x) = 2(x-2)^2(x - 1/2)(x - 3).$$