

Examen 3

NYB Calcul intégral

17 avril 2007

Professeur : Dimitri Zuchowski

Consignes

Toute forme de documentation et la calculatrice graphique sont interdites. Toute forme de plagiat et de communication est interdite et entraîne la note ZÉRO.

Question 1. (15%) Calculer l'aire de la région comprise entre les fonctions $f(x) = x^3$ et $g(x) = 4x^2 - 3x$ sur l'intervalle $[-1, 4]$.

Question 2. (45%) Trouver le volume des solides de révolution spécifiés.

a) Le solide obtenu en faisant tourner autour de l'axe des x la région comprise entre l'axe des x et la fonction $y = x^2 + 1$ avec $x \in [-1, 2]$.

b) Le solide obtenu en faisant tourner autour de l'axe des y la région comprise entre l'axe des x et la fonction $y = \operatorname{arcsec}(x)$ avec $x \in \left[1, \frac{2}{\sqrt{2}}\right]$.

c) Le solide obtenu en faisant tourner autour de l'axe $x = -2$ la région bornée comprise entre l'axe des y et les fonctions $y = e^x$ et $y = 3 - x^2$.

Question 3. (10%) Trouver la **longueur** de l'arc décrite par la fonction $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ sur l'intervalle $[-3, 1]$.

Question 4. (30%) Calculer les intégrales suivantes et spécifier si elles sont définies ou impropres, si elles sont impropres, déterminer si elles convergent ou divergent.

a) $\int_{-2}^1 \frac{4x + 6}{(x^2 + 1)(x + 2)} dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(\frac{1}{2} + x^2\right)}$