

**Examen 1**  
201-NYC Algèbre linéaire  
24 septembre 2008  
Professeur : Dimitri Zuchowski

---

Consignes

Toute forme de documentation et la calculatrice sont interdites. Toute forme de plagiat et de communication est interdite et entraîne la note ZÉRO. Une réponse, même si elle est bonne, sans justification vaut ZÉRO.

---

**Question 1. (18%)**

Soit les vecteurs et les points suivants donnés dans la base standard ;

$$\vec{u} = (1, 3, -2), \vec{v} = (-1, 1, 5), \vec{w} = (-2, 4, 1), \vec{r} = (3, 3, -2),$$

$$\vec{s} = (5, 0, 1), \vec{t} = (0, -3, 0), A = (6, -1, 3), B = (-9, 4, 1)$$

Calculer les expressions suivantes (si possible) :

- |                                     |   |   |
|-------------------------------------|---|---|
| a) $\vec{u} + \vec{v}$              | d) $\overrightarrow{AB}$                | g) $A \oplus (\vec{s} - \vec{t})$           |
| b) $4\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{w}$ | e) $\ \vec{w}\ $                        | h) $\vec{u} \wedge \vec{r}$                 |
| c) $\vec{r} \cdot \vec{s}$          | f) l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{w}$ | i) $\vec{w} \cdot (\vec{s} \wedge \vec{v})$ |

**Question 2. (10%)**

Les composantes de  $A = (2, 1)_B$  et de  $P = (-3, 4)_B$  sont données par rapport au repère  $\langle O, \mathcal{B} = \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle \rangle$ . Trouver les composantes du point  $A$  par rapport au repère  $\langle P, \mathcal{C} = \langle \vec{r}, \vec{s} \rangle \rangle$  avec  $\vec{r} = (-1, -5)_B$  et  $\vec{s} = (1, -3)_B$

**Question 3. (10%)**

Déterminer si les trois points suivants sont colinéaire ;

$$A = (1, -3, 0), B = (4, 2, 1), C = (0, 3, 3).$$

**Question 4. (10%)**

Soit  $P = (3, 2, 1)$  le barycentre des points  $P_1, P_2, P_3, P_4$  et  $P_5$  et soit  $Q = (2, 5, 1)$  le barycentre de  $Q_1, Q_2, Q_3$  et  $Q_4$ . Trouver les coordonnées du barycentre  $C$  des points  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, Q_1, Q_2, Q_3$  et  $Q_4$ .

**Question 5. (10%)**

Calculer  $t$  pour que les vecteurs  $(3t, -1, 2)$  et  $(5, 4t, -3)$  soit  $\perp$ .

**Question 6. (12%)**

Utiliser la règle de Cramer pour trouver les composantes du vecteur  $\vec{x} = (3, 1, -2)$  dans la base  $\mathcal{B} = \langle \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \rangle$  où  $\vec{u} = (2, 0, 1)$ ,  $\vec{v} = (0, 3, -1)$  et  $\vec{w} = (-1, 4, 0)$ .

**Question 7. (10%)**

Calculer

a) L'aire orienté du parallélogramme engendré par

$$\vec{u} = (2, 6) \text{ et } \vec{v} = (-3, 1)$$

b) Le volume orienté du parallépipède engendré par

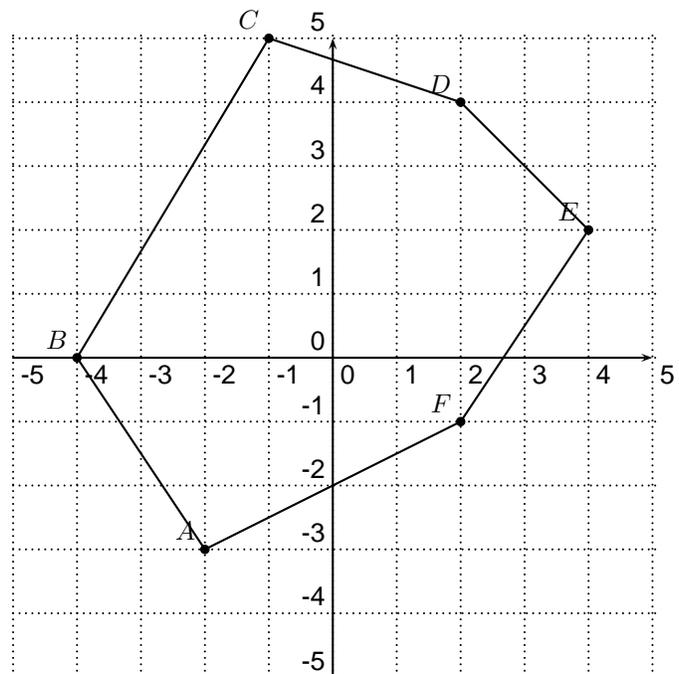
$$\vec{u} = (1, 2, -1), \vec{v} = (3, 1, 1) \text{ et } \vec{w} = (-4, 5, 7)$$

**Question 8. (10%)**

Calculer l'aire du polygone passant par

$$A = (-2, -3), B = (-4, 0), C = (-1, 5),$$

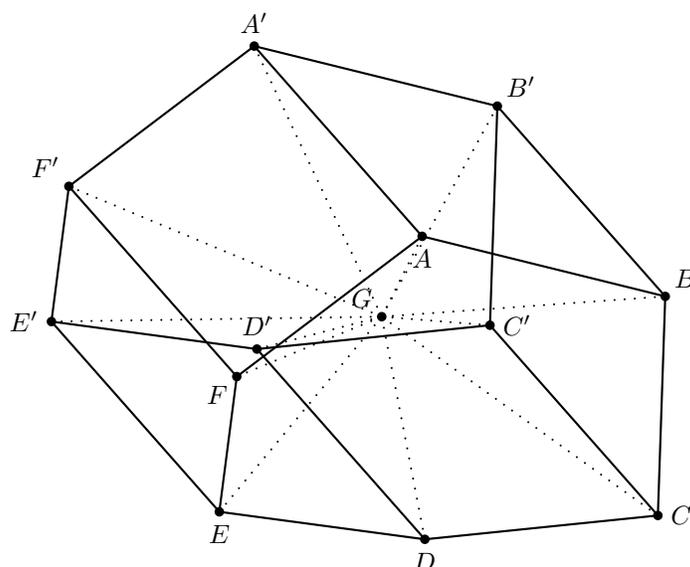
$$D = (2, 4), E = (4, 2) \text{ et } F = (2, -1)$$



**Question 9. (10%)**

Considérons le polygone du numéros précédant mais cette fois ci en les plongeants dans l'espace (c'est à dire,  $A = (-2, -3, 0), B = (-4, 0, 0)$  etc.). Soit le prisme ayant ce polygone comme base. Si  $G = \left(\frac{5}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{2}\right)$  est le barycentre de ces 12 points.

- a) Trouver les coordonnées du points  $A'$ .
- b) Calculer le volume de ce prisme. (Le volume d'un prisme est l'aire de la base fois sa hauteur.)



**Question 10. BONUS(5%)**

Soit le parallélogramme passant par les points  $A = (1, 1, 0), B = (2, 3, -1), C = (2, -4, 1)$  et  $D$  et considérons le parallélogramme construit en tournant le parallélogramme  $ABCD$  de  $30^\circ$  autour de l'axe passant par son barycentre et perpendiculaire au plan que décrit le parallélogramme. Trouver les coordonnées des points du parallélogramme ainsi obtenue (en fait, trouver seulement les coordonnées du point  $A'$ , les autres ce trouveront de la même façon).

