

## Examen 1

201-NYA Calcul Différentiel

14 septembre 2007

Professeur : Dimitri Zuchowski

---

### Consignes

Toute forme de documentation et la calculatrice sont interdites. Toute forme de plagiat et de communication est interdite et entraîne la note ZÉRO. Une réponse, même si elle est bonne, sans justification vaut ZÉRO. Si vous ne lisez pas les consignes, vous recevrez cinq coups de fouet

---

**Question 1. (10%)** Trouver le domaine des fonctions suivantes

a)  $f(x) = \frac{x-4}{3x^2-4x+7}$

b)  $g(x) = \sqrt{x^2-3x+1} + \frac{2x-6}{3-x}$

**Question 2. (5%)** Si  $f(x) = \sqrt{4x^3-x}$ ,  $g(x) = 2x^2+7$  et que  $h(x) = x+3$ . Donner la fonction :

$$(f \circ g \circ h \circ f)(x)$$

**Question 3. (10%)** Évaluer les limites suivantes à l'aide des théorèmes.

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} 2x^3 - 8\sqrt{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+3)(x-4)}{(5-x)^2}$

**Question 4. (25%)** Évaluer les limites suivantes.

a)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\frac{5}{x} - \frac{2x}{10}}{x^2 + 2x - 15}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{x-2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4}{x-2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^6 + 3x^5 + 2x - 6}{4x^3 - 14x^2 + 13x - 21}$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5 + 3x^2 + 9}{2x^3 - 7x^2 + 8}$

**Question 5. (15%)** Déterminer si les fonctions suivantes sont continues aux points donnés.

a)  $f(x) = \frac{x^4-1}{x+1}$  au point  $x = -1$

$$b) f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & x < 1 \\ 4 & x = 1 \\ \frac{5x^3 - 10x^2 - x + 2}{x - 2} & 1 < x \end{cases}, \text{ aux points } x = 1 \text{ et } x = 2.$$

**Question 6. (10%)** Déterminer si la fonction

$$f(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x^2 & 1 < x \leq 2 \\ \frac{5}{x-2} & 2 < x \end{cases}$$

est continue sur les intervalles spécifiés.

- a)  $[0, 1]$       b)  $-\infty, 1[$       c)  $]1, 3[$       d)  $]1, 2[$       e)  $]1, 2]$

**Question 7. (10%)** Déterminer si les fonctions suivantes ont des asymptotes horizontales et verticales. Si oui, dites pour quelles valeurs de  $x$  et de  $y$ .

a)  $f(x) = \frac{4}{x-3}$       b)  $f(x) = \frac{3x^3 + 2x - 5}{(2x+2)(3x-1)(4-x)}$

**Question 8. (10%)** Esquisser UNE fonction qui satisfait à TOUTES les conditions suivantes :

- a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$       d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -1$       h)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 4$       e)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$       i)  $f(1) = 1$   
 c)  $-1 \notin \text{dom}(f)$       f)  $f(0) = 2$       j)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \#$   
 g)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -2$