

Problèmes supplémentaires sur le cercle trigonométrique

Les radians

Question 1

Exprimer les angles suivants en radians.

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 60° | g) $3/4$ tour |
| b) -75° | h) -2 tours |
| c) 270° | i) 310° |
| d) 1 tour | j) 405° |
| e) $1/2$ tour | k) 24° |
| f) $1/3$ tour | l) 310° |

Question 2

Exprimer en degrés les angles suivants.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) 2π rad | i) $\frac{1}{2}$ tour |
| b) π rad | j) $\frac{1}{3}$ tour |
| c) $\frac{\pi}{2}$ rad | k) $3/4$ tour |
| d) $\frac{\pi}{6}$ rad | l) -2 tours |
| e) $\frac{5\pi}{6}$ rad | m) $\frac{12\pi}{5}$ rad |
| f) $\frac{-7\pi}{9}$ rad | n) $\frac{8\pi}{3}$ rad |
| g) 3π rad | o) $\frac{-\pi}{60}$ rad |
| h) 1 tour | p) $\frac{3\pi}{10}$ rad |

Question 3

Additionner les angles suivants. Exprimer le résultat dans la même unité de mesure que les angles donnés.

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) π rad + 2π rad | e) $\frac{\pi}{4}$ rad + $\frac{5\pi}{4}$ rad |
| b) 5π rad + (-7π) rad | f) 144° + 216° |
| c) 1800° + 2520° | g) $\frac{4\pi}{5}$ rad + $\frac{6\pi}{5}$ rad |
| d) 45° + 225° | |

Repérage dans le cercle trigonométrique

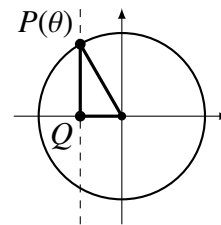
Question 4

Situer le point $P(\theta)$ du cercle trigonométrique correspondant aux angles suivants (en radians)

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) $\theta = \pi$ | f) $\theta = 5\pi/6$ |
| b) $\theta = \pi/2$ | g) $\theta = 4\pi/5$ |
| c) $\theta = 3\pi/2$ | h) $\theta = -3\pi/5$ |
| d) $\theta = \pi/3$ | i) $\theta = 9\pi/4$ |
| e) $\theta = 2\pi/3$ | j) $\theta = 7\pi/12$ |

Question 5

Pour chacun des angles θ suivants (en radians), tracer le triangle dont les sommets sont l'origine, $P(\theta)$ et le point Q situé à l'intersection de l'axe des x et de la droite perpendiculaire à l'axe des x et passant par $P(\theta)$, comme dans la figure suivante

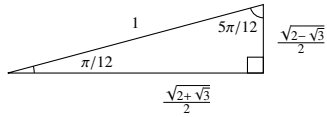


et donner tout ses angles intérieurs.

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) $\theta = \pi/3$ | g) $\theta = 5\pi/6$ |
| b) $\theta = 2\pi/3$ | h) $\theta = 4\pi/5$ |
| c) $\theta = \pi$ | i) $\theta = -3\pi/5$ |
| d) $\theta = \pi/2$ | j) $\theta = 9\pi/4$ |
| e) $\theta = 3\pi/2$ | k) $\theta = 7\pi/12$ |
| f) $\theta = -\pi/4$ | |

Question 6

Donner les coordonnées du point $P(\theta)$ du cercle trigo associé à l'angle θ donné. Vous pouvez aussi utiliser sans démonstration les dimensions des triangles rectangles remarquables (ceux avec des angles de $\pi/6$ et $\pi/3$ ou des angles de $\pi/4$) et du triangle suivant.



- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| a) $\theta = \pi$ | h) $\theta = -\frac{5\pi}{12}$ |
| b) $\theta = \frac{\pi}{3}$ | i) $\theta = \frac{11\pi}{12}$ |
| c) $\theta = \frac{5\pi}{3}$ | j) $\theta = -\frac{7\pi}{12}$ |
| d) $\theta = \frac{9\pi}{2}$ | k) $\theta = 5\pi$ |
| e) $\theta = -\frac{3\pi}{4}$ | l) $\theta = -12\pi$ |
| f) $\theta = -\frac{5\pi}{6}$ | m) $\theta = \frac{11\pi}{4}$ |
| g) $\theta = \frac{\pi}{12}$ | n) $\theta = \frac{17\pi}{6}$ |
| | o) $\theta = -\frac{14\pi}{3}$ |

Les rapports trigonométriques cosinus, sinus et tangente

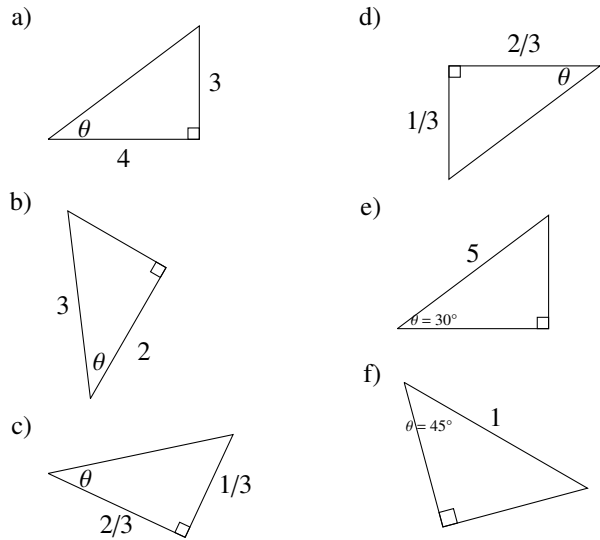
Question 7

Donner les valeurs des fonctions $\cos(\theta)$, $\sin(\theta)$ et $\tan(\theta)$ pour chacun des angles donnés (en radians).

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| a) $\theta = \pi$ | e) $\theta = -12\pi$ |
| b) $\theta = \frac{-3\pi}{4}$ | f) $\theta = \frac{11\pi}{4}$ |
| c) $\theta = \frac{\pi}{2}$ | g) $\theta = \frac{17\pi}{6}$ |
| d) $\theta = \frac{5\pi}{6}$ | h) $\theta = -\frac{14\pi}{3}$ |

Question 8

Déterminer les valeurs de $\sin(\theta)$, $\cos(\theta)$ et $\tan(\theta)$ dans les triangles rectangles suivants.



Fonctions trigonométriques inverses

Question 9

Faire un graphique montrant le cercle trigonométrique et les droites suivantes.

- | | | |
|--|---------------|--------------------|
| a) $x = 1$ | c) $y = 1$ | e) $x = \sqrt{2}$ |
| b) $x = -1/2$ | d) $y = -1/2$ | f) $y = -\sqrt{3}$ |
| g) La droite de pente 1 $y = x$ | | |
| h) La droite de pente -1 $y = -x$ | | |
| i) La droite de pente $\sqrt{3}$ $y = \sqrt{3}x$ | | |
| j) La droite de pente $-1/\sqrt{3}$ $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$ | | |

Question 10

Représenter les points du cercle trigo où les égalités suivantes sont vraies et donner les angles θ pour chacun de ces points, en prenant θ dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

- | | |
|--|---|
| a) $\cos(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | e) $\cos(\theta) = 0$ |
| b) $\cos(\theta) = -\sqrt{3}/2$ | f) $\cos(\theta) = 1$ |
| c) $\sin(\theta) = 1/2$ | g) $\cos(\theta) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ |
| d) $\sin(\theta) = 0$ | |

Question 11

Représenter les points du cercle trigo où les égalités suivantes sont vraies et donner les angles de l'intervalle $[0, 2\pi[$ correspondants à chacun de ces points.

- a) $\tan(\theta) = 1$ c) $\tan(\theta) = 1/\sqrt{3}$
 b) $\tan(\theta) = -\sqrt{3}$ d) $\tan(\theta) = -1/\sqrt{3}$

Question 12

Déterminer tous les angles θ dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ qui satisfont les équations suivantes.

- a) $\sin(\theta) = 0$ f) $\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 b) $\cos(\theta) = -1$ g) $\tan(\theta) = 1$
 c) $\tan(\theta) = 0$ h) $\tan(\theta) = \sqrt{3}$
 d) $\sin(\theta) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ i) $\tan(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
 e) $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$

Question 13

Évaluer les expressions suivantes.

- a) $\operatorname{acos}(1)$ g) $\operatorname{asin}(-\sqrt{3}/2)$
 b) $\operatorname{asin}(-1)$ h) $\operatorname{acos}(-\sqrt{3}/2)$
 c) $\operatorname{acos}(0)$ i) $\operatorname{asin}(-\frac{\sqrt{2}}{2})$
 d) $\operatorname{atan}(0)$ j) $\operatorname{acos}(-\frac{1}{2})$
 e) $\operatorname{atan}(1)$ k) $\operatorname{atan}(-1)$
 f) $\operatorname{acos}(\sqrt{2}/2)$ l) $\operatorname{atan}(\sqrt{3})$

Question 14

Évaluer les expressions suivantes.

- a) $\cos(\operatorname{acos}(1))$ f) $\operatorname{acos}(\cos(\pi/2))$
 b) $\cos(\operatorname{acos}(-1))$ g) $\operatorname{acos}(\cos(-\pi/2))$
 c) $\operatorname{acos}(\cos(0))$ h) $\sin(\operatorname{asin}(1/2))$
 d) $\operatorname{acos}(\cos(\pi))$ i) $\operatorname{acos}(\cos(\pi/7))$
 e) $\cos(\operatorname{acos}(0))$ j) $\operatorname{asin}(\sin(7\pi/5))$

Question 15

Évaluer les expressions suivantes.

- a) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ d) $\sec\left(\frac{5\pi}{3}\right)$
 b) $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ e) $\operatorname{cosec}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$
 c) $\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ f) $\operatorname{cotan}\left(\frac{-2\pi}{3}\right)$

Question 16

Trouver toutes les solutions des équations suivantes.

- a) $\sin(x-2) = 1$
 b) $2\sin(\theta) - 1 = 0$
 c) $\sin(\theta) = \tan(\theta)$
 d) $\sin(\theta)\cos(\theta) = 0$
 e) $\sin^2(x) - \sin(x) = 0, x \in [0, 2\pi[$
 f) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\theta), \theta \in [0, 2\pi[$

Identités trigonométriques**Question 17**

Faire un graphique à l'aide du cercle trigonométrique démontrant les identités suivantes.

- a) $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$
 b) $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$
 c) $\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$
 d) $\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$
 e) $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$

Solutions

Question 1

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $\pi/3$ Rad | g) $3\pi/2$ Rad |
| b) $-5\pi/12$ Rad | h) -4π Rad |
| c) $3\pi/2$ Rad | i) $31\pi/18$ Rad |
| d) 2π Rad | j) $9\pi/4$ Rad |
| e) π Rad | k) $2\pi/15$ Rad |
| f) $2\pi/3$ Rad | l) $31\pi/18$ Rad |

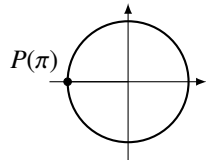
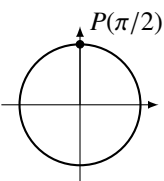
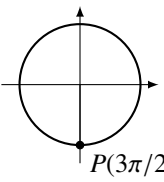
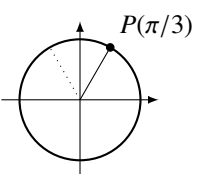
Question 2

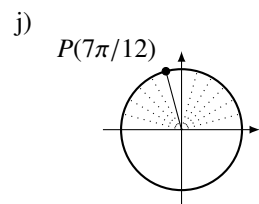
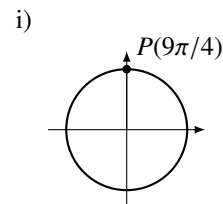
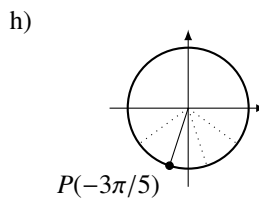
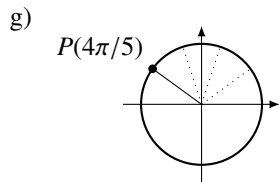
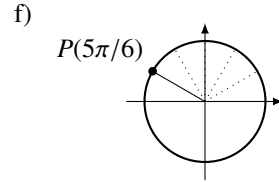
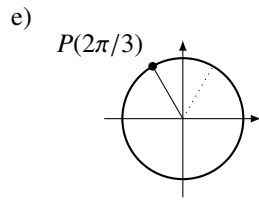
- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) 360° | i) π Rad |
| b) 180° | j) $2\pi/3$ Rad |
| c) 90° | k) $3\pi/2$ Rad |
| d) 30° | l) -4π Rad |
| e) 150° | m) 432° |
| f) -140° | n) 480° |
| g) 540° | o) -3° |
| h) 2π Rad | p) 54° |

Question 3

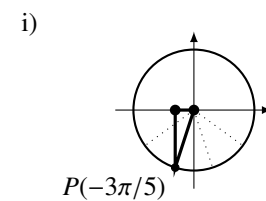
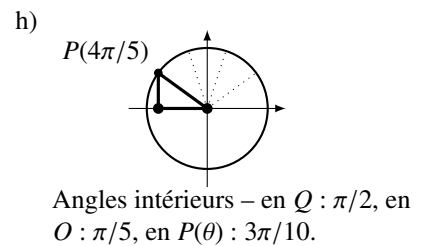
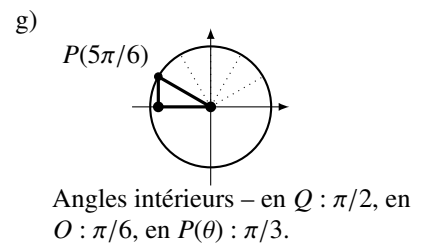
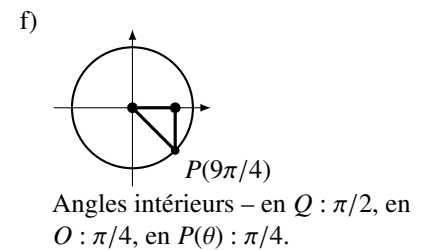
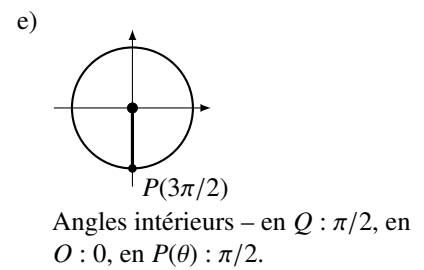
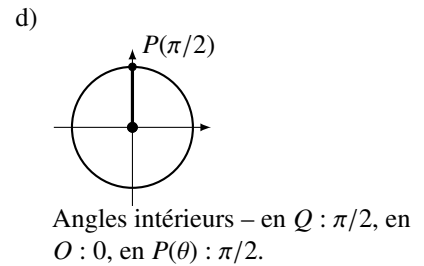
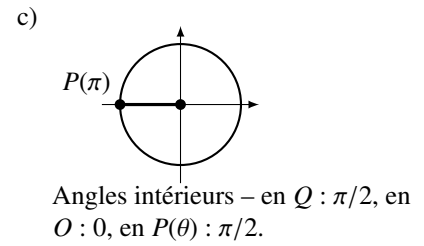
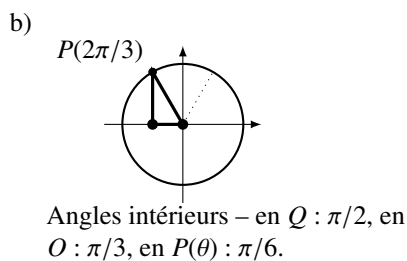
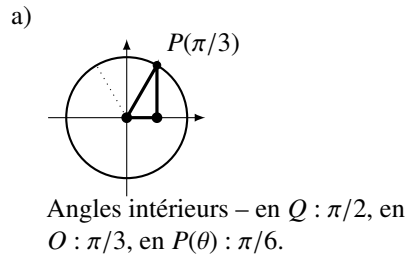
- | | |
|-----------------|-------------------------|
| a) 3π rad | e) $\frac{3\pi}{2}$ rad |
| b) -2π rad | f) 360° |
| c) -720° | g) 2π rad |
| d) 270° | |

Question 4

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 

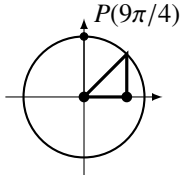


Question 5



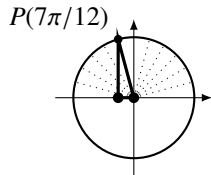
Angles intérieurs – en $Q : \pi/2$, en $O : 2\pi/5$, en $P(\theta) : \pi/10$.

j)



Angles intérieurs – en $Q : \pi/2$, en $O : \pi/4$, en $P(\theta) : \pi/4$.

k)



Angles intérieurs – en $Q : \pi/2$, en $O : 5\pi/12$, en $P(\theta) : \pi/12$.

Question 6

- a) $P(\theta) = (-1, 0)$
- b) $P(\theta) = (1/2, \sqrt{3}/2)$
- c) $P(\theta) = (\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$
- d) $P(\theta) = (0, 1)$
- e) $P(\theta) = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$
- f) $P(\theta) = (-\sqrt{3}/2, -1/2)$
- g) $P(\theta) = (\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}, \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2})$
- h) $P(\theta) = (\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}, -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2})$
- i) $P(\theta) = (-\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}, \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2})$
- j) $P(\theta) = (-\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}, -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2})$
- k) $(-1, 0)$
- l) $(1, 0)$
- m) $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
- n) $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
- o) $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

Question 7

- a) $(-1, 0)$
 $\cos(\theta) = -1, \sin(\theta) = 0$ et $\tan(\theta) = 0$
- b) $(-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$
 $\cos(\theta) = -\sqrt{2}/2, \sin(\theta) = -\sqrt{2}/2$ et $\tan(\theta) = 1$

- c) $(0, 1)$
 $\cos(\theta) = 0, \sin(\theta) = 1$ et $\tan(\theta)$ n'est pas défini.
- d) $(-\sqrt{3}/2, 1/2)$
 $\cos(\theta) = -\sqrt{3}/2, \sin(\theta) = 1/2$ et $\tan(\theta) = -1/\sqrt{3}$
- e) $(1, 0)$
 $\cos(\theta) = 1, \sin(\theta) = 0$ et $\tan(\theta) = 0$
- f) $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
 $\cos(\theta) = -\sqrt{2}/2, \sin(\theta) = \sqrt{2}/2$ et $\tan(\theta) = -1$
- g) $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
 $\cos(\theta) = -\sqrt{3}/2, \sin(\theta) = 1/2$ et $\tan(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
- h) $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$
 $\cos(\theta) = -1/2, \sin(\theta) = -\sqrt{3}/2$ et $\tan(\theta) = \sqrt{3}$

Question 8

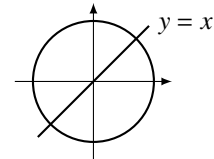
- a) $\sin(\theta) = 3/5, \cos(\theta) = 4/5$
 $\tan(\theta) = 3/4$
- b) $\sin(\theta) = \sqrt{5}/3, \cos(\theta) = 2/3$
 $\tan(\theta) = \sqrt{5}/2$
- c) $\sin(\theta) = 1/\sqrt{5}, \cos(\theta) = 2/\sqrt{5}$
 $\tan(\theta) = 1/2$
- d) $\sin(\theta) = 1/\sqrt{5}, \cos(\theta) = 2/\sqrt{5}$
 $\tan(\theta) = 1/2$
- e) $\sin(\theta) = \sqrt{2}/2, \cos(\theta) = \sqrt{2}/2$
 $\tan(\theta) = 1$
- f) $\sin(\theta) = 1/2, \cos(\theta) = \sqrt{3}/2$
 $\tan(\theta) = 1/\sqrt{3}$

Question 9

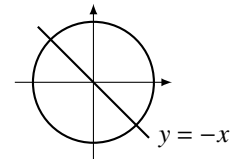
- a)
- b)

- c)
- d)
- e)
- f)

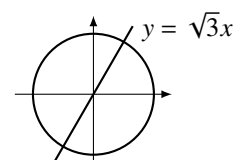
g)



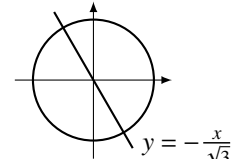
h)



i)



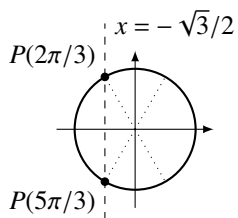
j)



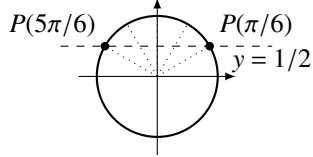
Question 10

- a)

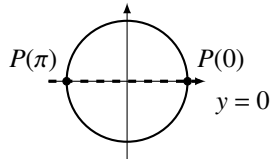
b)



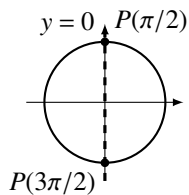
c)



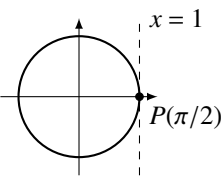
d)



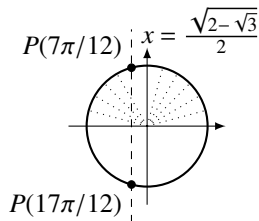
e)



f)

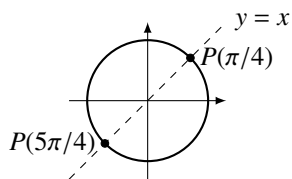


g)

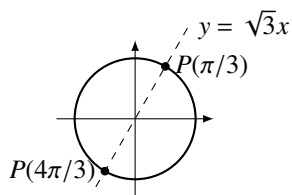


Question 11

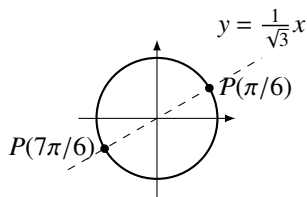
a)



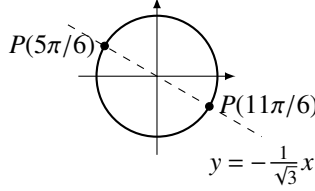
b)



c)



d)



Question 12

- a) $\theta = 0$ ou π
- b) $\theta = \pi$
- c) $\theta = 0$ ou π
- d) $\theta = 5\pi/4$ ou $7\pi/4$
- e) $\theta = \pi/3$ ou $5\pi/3$
- f) $\theta = 5\pi/6$ ou $7\pi/6$
- g) $\theta = \pi/4$ ou $5\pi/4$
- h) $\theta = \pi/3$ ou $4\pi/3$
- i) $\theta = \pi/6$ ou $7\pi/6$

Question 13

- a) 0
- b) $-\pi/2$
- c) $\pi/2$
- d) 0
- e) $\pi/4$
- f) $\pi/4$
- g) $-\pi/3$
- h) $5\pi/2$
- i) $-\pi/4$
- j) $2\pi/3$
- k) $-\pi/4$
- l) $\pi/3$

Question 14

- a) 1
- b) -1
- c) 0
- d) -1
- e) 0
- f) $\pi/2$
- g) $\pi/2$
- h) $1/2$
- i) $\pi/7$
- j) $-2\pi/5$

Question 15

- a) 1
- b) $-\sqrt{3}/2$
- c) 1
- d) 2
- e) $\sqrt{2}$
- f) $1/\sqrt{3}$

Question 16

- a) $\theta = \pi/2 + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$
- b) $\theta = \pi/6 + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
- c) $\theta = n(2\pi), n \in \mathbb{Z}$

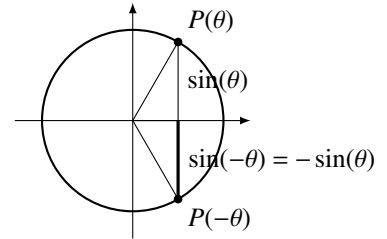
d) $\theta = n\pi/2, n \in \mathbb{Z}$

e) $x = 0, \pi/2$ ou π

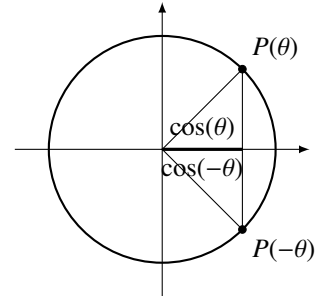
f) $\theta = 5\pi/6$ ou $7\pi/6$

Question 17

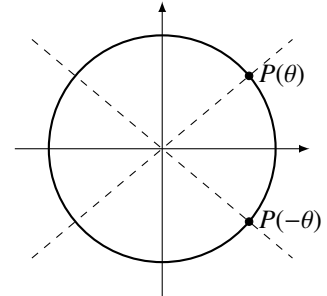
a)



b)



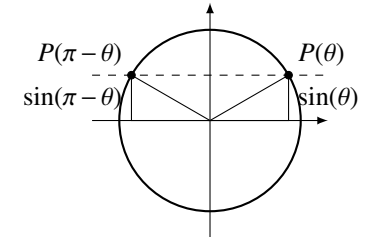
c)



Comme les droites sont symétriques par rapport à l'axe des x , la pente de la droite passant par $P(\theta)$, $\tan(\theta)$, est opposée à celle passant par $P(-\theta)$, $\tan(-\theta)$. On a donc que

$$\tan(-\theta) = -\tan(\theta).$$

d)



e)

